**Задача для правильной треугольной пирамиды**

**в процессе её развития**

**Оглавление**

**Введение………………………………………………………………………3**

**§ 1. Сведения из теоретического материала:**

**Основные понятия и свойства………………………………………..4**

**§2. Задача для правильной треугольной пирамиды………………………………………………………………...6**

**§3. Таблица……………………………………………………………….7**

**§4. Схематическое решение задач………………………………………..8**

**Заключение……………………………………………………………………14**

**Список литературы…………………………………………………………..15**

**Приложение……………………………………………………………………16**

**Введение**

Всякая математическая задача поистине неисчерпаема в своих связях с другими задачами; после решения задачи почти всегда можно найти предмет размышлениям, найти несколько направлений, в которых удаётся развить и обобщить задачу, найти затем решения созданных таким образом новых проблем. [3, стр.61]

В практике обучения общее классное задание рассчитано на среднего ученика; а для расширения познавательных способностей более сильных учащихся необходимы дополнительные задания по самостоятельному обобщению и решению составленных задач. [3, стр. 89]

В качестве такой клеточки методики математики на мой взгляд, следует взять понятие «математическое упражнение» в самом широком значении этого слова, как соединяющее деятельность ученика и учителя, как элементарную целостность двуединого процесса «учения- обучения» [3, стр. 13]

Усвоение математики осуществляется в процессе выполнения упражнений.

И основной формой упражнения должно стать многокомпонентное задание, образующееся из нескольких логически разнородных, но психологически стыкованных в некоторую целостность частей, например:

а) решение обычной «готовой» задачи;

б) составление обратной задачи и её решение;

в) составление аналогичной задачи по данной формуле(тождеству) или уравнению и решению её;

г) составление задачи по некоторым элементам, общим исходной задачей;

д) решение или составление задачи, обобщённой по тем или иным параметрам исходной задачи.[3,стр.14]

Целью моей работы является исследование и решение задачи для правильной треугольной пирамиды и составление многокомпонентного задания к ней.

Задачи работы:

1. сформулировать шесть родственных задач в виде таблицы;

2. дать полное решение трёх из них: всех обобщений исходной задачи.

3. привести схематическое решение всех задач, включая исходную.

**§ 1. Сведения из теоретического материала: Основные понятия и свойства.**

**.**

**1. Правильная треугольная пирамида**

**Опр. 1.1.** Пирамидой называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника- **основания пирамиды**, точки, не лежащей в плоскости основания, - **вершины пирамиды** и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.

**Опр.** **1.2**.Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются боковыми рёбрами.

**Свойство 1.3** Поверхность пирамиды состоит из основания и боковых граней. Каждая боковая грань- треугольник. Одной из его вершин является вершина пирамиды, а противолежащей стороной- сторона основания пирамиды.

**Опр. 1.4. Высотой пирамиды** называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.

Понятия и определения 1.1-1.4 находятся [1, стр.76]

**Опр.1.5.** Пирамида называется **правильной,** если её основанием является правильный многоугольник, а основание высоты совпадает с центром этого многоугольника.[1, стр.79]

**Опр.1.6. Правильная треугольная пирамида-** это пирамида, в основании которой лежит правильный треугольник.

**Свойство. 1.7. Объём пирамиды:** объём любой правильной треугольной пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту: V=1/3 ×S×H

**Опр.**1.8. γ- угол наклона отрезка в к плоскости основания.

**В-** боковое ребро, не являющееся высотой пирамиды или образующая.

**Свойство 1.**9 Котангенс угла α- тригонометрическая функция, равная отношению косинуса к синусу; отношение прилежащего катета к противолежащему.

**Свойство1.**0. Треугольная пирамида называется также тетраэдром.

**2.Тетраэдр**.

Основные свойства треугольника.

Свойства и определения 2.1-2.3 содержатся в [1, 80]

Свойство 2.1 Тетраэдр относится к пяти типам выпуклых многогранников.

Опр.2.2 Выпуклый многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребёр.

Опр. 2.3. У правильного тетраэдра грани –правильные треугольники; в каждой вершине сходиться по три ребра. Тетраэдр представляет собой треугольную пирамиду, у которой все рёбра равны.

Опр.2.4 Правильный (равносторонний) треугольник- треугольник, у которого все стороны равны.

Соответственно: сумма углов треугольника равна 180º, следовательно, в прямоугольнике углы равны 60ºсоответственно.

Опр.2.5 р- периметр основания или нижнего основания.

Периметром называется сумма длин всех сторон, а именно: граница плоской фигуры, а также длина этой границы.

Р=3а; где а - сторона основания.

Опр. 2.6. Площадь основания треугольной пирамиды(правильного треугольника) равна половине произведения боковой стороны на высоту или отношению квадрата стороны и корней из трёх к четырём: S=1/2 a×h S= (a²√3)/4, где а- боковая сторона, h-высота.

**3.Правильная четырёхугольная пирамида**

Опр.3.1 Правильной четырёхугольной пирамидой называется такая пирамида, в основании которой лежит правильный четырёхугольник- квадрат.

Опр.3.2 Осью правильной четырёхугольной пирамиды называется ,прямая содержащая её высоту .Очевидно, у правильной пирамиды боковые рёбра равны; следовательно, боковые грани – равные равнобедренные треугольники.

Определения 3.1-3.2 содержатся в [1, стр.79].

**4. Конус**

Опр.4.1 Конусом (точнее, круговым конусом) называется тело, которое состоит из круга- основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга, вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания.[1, стр. 93]

Опр.4.2 Объём конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту: V=⅓πR²H. [1, стр. 122]

Опр. 4.5 Длина окружности равна удвоенному произведению радиуса на отношение длины окружности к длине диаметра, т.е С= 2πR, где С- длина окружности, π- число, равное отношению длины окружности к длине диаметра.

**§2. Задача для правильной треугольной пирамиды.**

**Решение исходной задачи.**

**Задача**: **найти объём и периметр для правильной треугольной пирамиды,**

**если известно: h, γ=60º, где h – высота данной пирамиды, γ=60º - угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости основания.**

Дано: h, γ=60º.

Найти: V, p.

Решение:

Пусть SАВС- правильная треугольная пирамида, где SО= h - высота правильной треугольной пирамиды, угол SCB = γ = 60º.

Известно, что боковой гранью пирамиды (по свойству) является треугольник, следовательно: -отношение прилежащего катета к противолежащему

. . . Так как пирамида правильная, то СО является радиусом описанной около треугольника АВС окружности. Следовательно, . Откуда .

3 3

Для того, чтобы найти объём пирамиды нужно прежде найти площадь основания,

.

Объем данной фигуры находиться по формуле:

.

Ответ. ,

**§3. Таблица.**

**Формулировка шести задач, родственных исходной (§2).**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| №  п/п | Характер родства  С исходной задачей | Условия задачи | | |
| Вид геометрической  фигуры | Данные  элементы | Искомые  элементы |
|  | 1. | 2. | 3. | 4. |
| 0. | Исходная задача | Правильная треугольная  пирамида | γ = 60º,  h | V, р |
| 1. | *Противопоставления*  Все искомые элементы переведены в данные | То же, что и выше | V, р | h  γ = 60º |
| 2.  3.  4. | *Аналогии*  По виду многогранника  Для «круглого тела»  Из планиметрии | Правильная четырёх- угольная пирамида  Конус  Правильный  треугольник | γ = 60º,  h  γ = 60º,  h  γ = 60º,  h | V, p  V, с  Р, S |
| 5. | *Специализация*  По параметру | Правильная четырёх- угольная пирамида | γ =60º,  h=5 | V, р |
| 6. | *Обобщения*  В основании n- угольник | Правильная n- угольная пирамида | γ = 60º,  h. | V, р. |

**§4. Схематическое решение задач . 11. Исходная задача.**

Дано:

γ = 60º, h.

Найти:

V-?

Р-?

**1.2 Противопоставление ( для правильной треугольной пирамиды).**

Дано : Р,V.

Найти:

h-?

γ-?

**1.3** **Аналогия (для правильной четырёхугольной пирамиды)**

Дано: γ =60º, h.

Найти:

Р-?

V-?

**1.3.1** **Аналогия (для конуса).**

Дано:

h,

γ=60º

Найти:

С-?

V-?

:

**1.3.2 Аналогия (для правильного треугольника)**  Дано:

h , γ=60º

Найти:

Р-?

S-?

**1.4 Специализация (для правильной четырёхугольной пирамиды)**

Дано:

h=5

γ=60º

Найти:

Р-?

V=?

**Заключение**

Математика- наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира.

«Чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира, стало быть- весьма реальный материал. Тот факт, что этот материал принимает чрезвычайную абстрактную форму, может лишь слабо затушевать его происхождение из внешнего мира. Но чтобы быть в состоянии исследовать эти формы и отношения в чистом виде, необходимо совершенно отделить их от их содержания, оставить это последнее слово в стороне как нечто безразличное.» (Ф.Энгельс. 1953 год) [4, с. 23] .

Истинное изучение математических единиц позволяет глубже познать мир вычислений и познаний, тем самым увеличивая свой мыслительный кругозор и наглядное представление.

Я считаю, что работа, проделанная мною, поистине интересна и полезна как для меня, так и для тех, кто с ней познакомится в дальнейшем.

Ведь недаром говорят: « ученье- свет, а не ученье- тьма».

У меня теперь найдётся достаточно оснований утверждать, что исследование и решение задачи в процессе её развития штука увлекательная и познавательная, что на её примере в дальнейшем времени мне будет легче справляться с подобного рода работами.

В последнее время всё большее значение приобретает использование при вычислениях больших скоростных вычислительных машин. С этим связано появление нового отдела математики- теории программирования, т.е. теории приведения математических задач к форме, позволяющей их решать боле рациональным способом.

В данном случае, нам довелось работать с компьютером.

**Список литературы**

1. Погорелов А.В. Геометрия: Учебник для 10-11 кл. М.: Прсвещение,2006

2.Дудкин А.А. Задача в процессе её развития. Барнаул- 1997

Редактор - Н.В.Чесновицкая.

3.Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике .- М.: Просвещение, 1986.

4. БЭКиМ-DVD, 2007.

Большая Энциклопедия Кирилла и Мефодия

Колмогоров А.Н. «Математика» из Большой Советской Энциклопедии

(2-е издание, т. 26, М., 1954).

**Приложение**

Всякая задача имеет множество решений. Поэтому, решив исходную, мы с лёгкостью можем составить несколько аналогичных и противопоставленных задач, нужно только правильно расставить последовательное сочетание понятий и свойств.

Вашему вниманию хочу представить несколько составленных мною задач на основе исходной: противопоставление, аналогия, специализация.

**Противопоставленная:**

Дано:

Р, V

Найти:

h-?

γ-60º

Решение:



Ответ: 

**Аналогия.**

Дано: h, 

Найти: V,P.

Решение:



Ответ: 

**Специализация**

Дано: h=5; 

Найти: P,V.

Решение:



Ответ:

;P=15.